

Trigonometriskie vienādojumi

Sasniedzamais rezultāts: Izvērtējot dažādu risināšanas paņēmieni priekšrocības un trūkumus, pilnveidoju prasmi risināt trigonometriskos vienādojumus.

Meldra, Kaspars un Loreta risināja vienādojumu $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ intervālā $[0; \pi]$.

1) Izpēti viņu risinājumus!

Meldras risinājums

Zinu redukcijas formulu

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$



Ir jāapskata divi gadījumi:

$$1) \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right);$$

$$2) \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)$$

$$1) \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4}$$

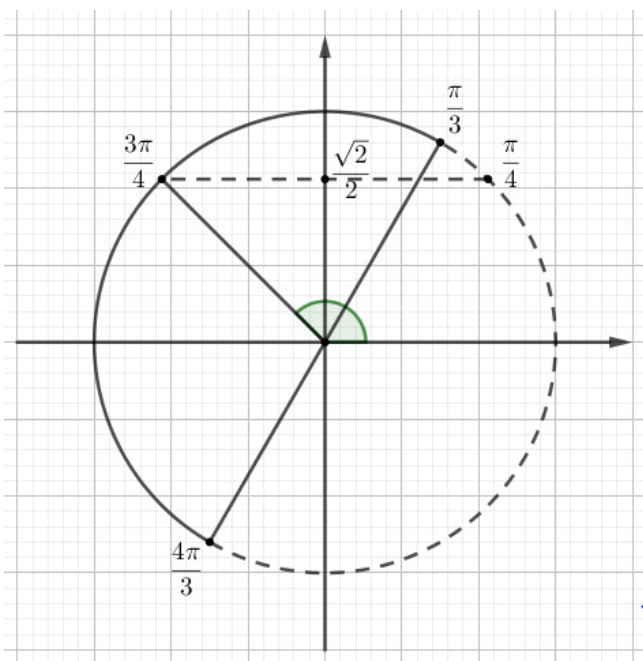
$$x = \frac{-\pi}{12} \notin [0; \pi]$$

$$2) \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)$$

$$x + \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{4}$$

$$x = \frac{5\pi}{12} \in [0; \pi]$$

Kaspara risinājums



Ir dots, ka $0 \leq x \leq \pi$, tas nozīmē, ka

$$0 + \frac{\pi}{3} \leq x + \frac{\pi}{3} \leq \pi + \frac{\pi}{3},$$

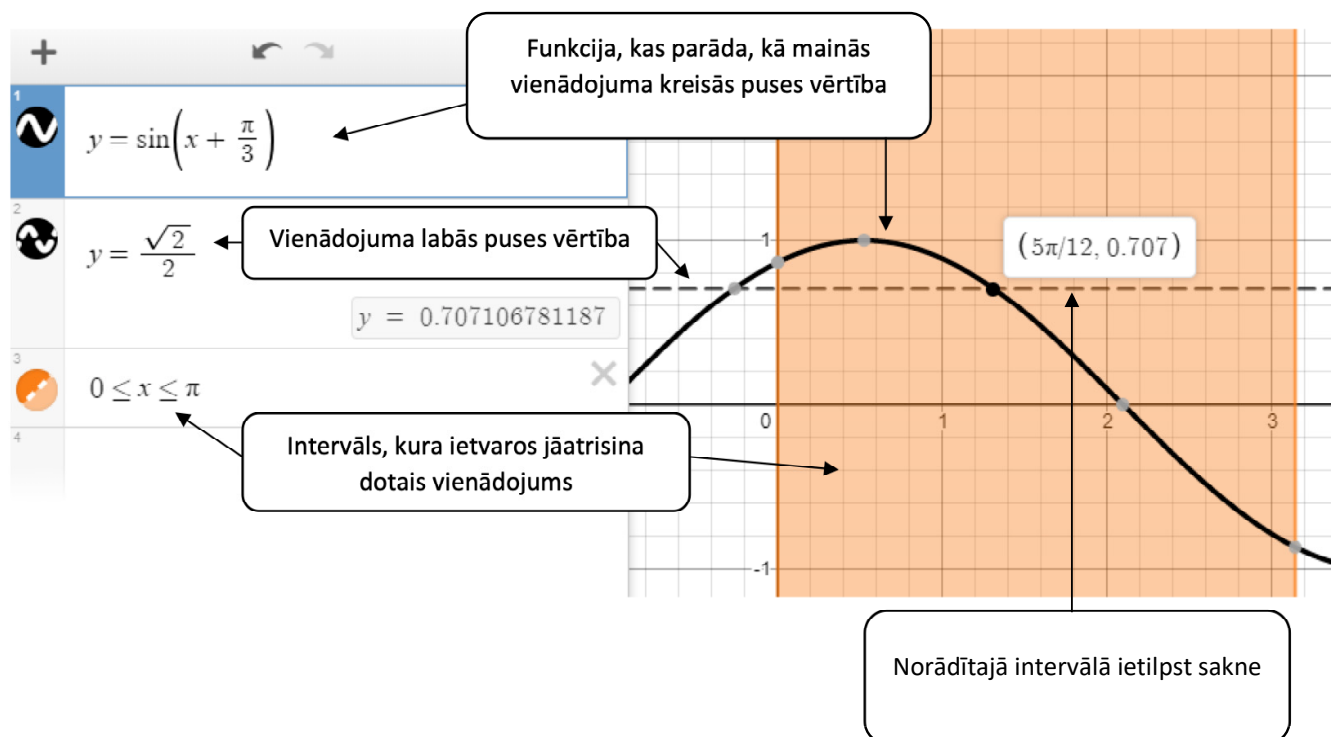
īsāk sakot, uz vienības riņķa līnijas jāskata

tikai tos leņķus, kas pieder intervālam $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}\right]$.

Iznāk, ka $x + \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{4}$ jeb $x = \frac{5\pi}{12}$.

Loretas risinājums

Izmantoju aplikāciju DESMOS.



- 2) Vienādojums ir atrisināts, ja ir izdevies atrast visas tā saknes un pamatot, ka nekādu citu sakņu tam nav. Izvērtē piedāvātos risinājumus pēc diviem parametriem:
 - 1) Ir/nav saprotams, kāpēc uzrādītās atbildes ir dotā vienādojuma saknes.
 - 2) Risinājums pārliecina/nepārliecina, ka ir atrastas visas dotā vienādojuma saknes, kas pieder norādītajam intervālam.
- 3) Ja nepieciešams, uzlabo piedāvātos risināšanas paņēmienus.
- 4) Atrisini trigonometrisko vienādojumu norādītajā intervālā, lietojot vienu vai vairākus risināšanas paņēmienus. Izveido pārskatu par lietoto risināšanas paņēmieni priekšrocībām un trūkumiem.

a) $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}; 0 \leq x \leq \pi$

f) $\sin(0,5x) = \frac{1}{2}; 0 \leq x \leq 4\pi$

b) $\sin x = 0; -\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$

g) $\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \pm 1; -\pi \leq x \leq \pi$

c) $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}; -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

h) $\cos x = 1,5; -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

d) $\cos 2x = -\frac{1}{2}; -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

i) $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}; -\pi \leq x \leq \pi$

- 5) Tagad, kad esi atrisinājis vienādojumu $\sin x = 0$; $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$, paskaidro, kā var iegūt atrisinājumu jaunā situācijā, izmantojot jau zināmo.

a) $\sin x = 0$; $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{7\pi}{2}$

c) $\sin 2x = 0$; $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$

b) $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$; $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$