

Ceļa karte skolotājam

Matemātika I

Trigonometrija I: 7. Sinusa un kosinusa funkcijas

Ieteicamais laiks temata apguvei: 29 mācību stundas.

Temata apguves mērķis: paplašināt un padziļināt izpratni par funkcijas jēdzienu, apgūt un lietot sinusa un kosinusa funkciju īpašības t. sk. fizikālu parādību un lielumu raksturošanai.

Sasniedzamie rezultāti

Ziņas	Prasmes
- Daži procesi dabā, tehnoloģijās, sabiedrībā u. tml. ir periodiski – to raksturīgo lielumu vērtības atkārtojas pēc noteiktas likumsakarības. Dažu periodisku procesu raksturošanai izmanto sinusa un kosinusa funkcijas. (M.Li.4.) - Ja funkcija ir periodiska, var noteikt tādu mazāko skaitli T (periodu), ka visiem x no definīcijas kopas izpildās vienādība $f(x + T) = f(x)$ jeb vārdiski – izmainot funkcijas argumentu par periodu, funkcijas vērtība nemainās. (M.Li.4.) - Divi sakrītoši stari veido leņķi, kura lielums ir skaitlis nulle. Ja viens stars paliek nekustīgs, bet otrs tiek pagriezts vienā (lielums pozitīvs) vai otrā (lielums negatīvs) virzienā, veidojas pagrieziena leņķis. Kustīgais stars pēc pilna apgrieziena var turpināt rotācijas kustību, tāpēc tā lielums var būt jebkurš reāls skaitlis. Pagrieziena leņķu attēlošanai izmanto vienības riņķi. (M.Li.1.; M.Li.2.) - Pagrieziena leņķi raksturo kustīgā stara OP punkts $P(x; y)$ uz vienības riņķa. Pagrieziena leņķa sinuss ir punkta P ordināta y, bet kosinuss ir punkta P abscisa x. Ja α pagrieziena leņķis, tad $P(\cos\alpha; \sin\alpha)$. (M.Li.2.; M.Li.3.) - Vienības riņķa līnijas vienādojums ir $\sin^2x + \cos^2x = 1$ (sauc arī par trigonometrisko pamat-identitāti). (M.Li.1.; M.Li.4.) - Sinusu teorēma un kosinusu teorēma apraksta sakarības starp trijstūra malu garumiem un leņķu lielumiem; kosinusu teorēma ir Pitagora teorēmas vispārinājums. (M.Li.6.) - Pagrieziena leņķi izsaka radiānos. Pārejai no vienas leņķa mērvienības uz otru izmanto sakarību $180^\circ = \pi$ (saka “180 grādi ir vienādi ar π radiāniem”). (M.Li.1.; M.Li.4.) - Funkciju $y = \sin x$ un $y = \cos x$ arguments ir leņķa lielums (radiānos), definīcijas kopa ir intervāls $(-\infty; +\infty)$, bet funkcijas vērtību kopa ir intervāls $[-1; 1]$. (M.Li.4.) - Pāra funkcijas grafiks ir simetrisks y asij ($y = \cos x$ ir pāra funkcija), nepāra funkcijas grafiks ir simetrisks koordinātu sākumpunktam ($y = \sin x$ ir nepāra funkcija). (M.Li.4.) - Saliktas funkcijas arguments ir kāda cita funkcija, piemēram, $f(x) = \sin 2x$ ir salikta funkcija, kur $u(x) = 2x$ ir iekšējā funkcija un $f(u) = \sin u$ ir ārējā funkcija. (M.Li.4.) - Funkciju $y = a \cdot \sin(bx + c) + d$ un $y = a \cdot \cos(bx + c) + d$ grafiks ir sinusoīda; koeficientu a, b, c un d vērtības katrā konkrētajā gadījumā nosaka funkcijas īpašības un grafika novietojumu koordinātu plaknē. (M.Li.2.; M.Li.4.)	- Nosaka pagrieziena leņķa kvadrantu un attēlo pagrieziena leņķi vienības riņķī atbilstoši nosacījumiem. - Pāriet no grādiem uz radiāniem un otrādi. - Nosaka pagrieziena leņķa sinusu un kosinusu vienības riņķī, no funkcijuy = sinx un y = cosx grafika, kā arī lietojot digitālos rīkus. - Attēlo vienības riņķī pagrieziena leņķus, ja zināmas to sinusa vai kosinusa vērtība. - Salīdzina pagrieziena leņķa sinusus vai kosinusus, izmantojot vienības riņķi, funkciju grafikus. - Lieto sinusu un kosinusu teorēmu, lai aprēķinātu trijstūra nezināmos lielumus matemātiskos, praktiskos un citu jomu kontekstos. - Uzskicē funkciju $y = \sin x$ un $y = \cos x$ grafiku, ievērojot sinusoīdas formu, simetrijas veidu, vērtību kopu, periodu un funkcijas nulles (vienādas zīmes intervālus). - Konstruē, tai skaitā ar digitāliem rīkiem, funkciju $y = a \cdot \sin(bx + c) + d$ un $y = a \cdot \cos(bx + c) + d$ grafikus un nosaka to īpašības (definīcijas kopa, vērtību kopa, funkcijas nulles, vienādas zīmes intervāli, pāra/nepāra funkcija, lielākā/mazākā vērtība, periods), izmantojot grafiku.

Komplekss sasniedzamais rezultāts	Ieradumi
• Skaidro izteiksmju, kas satur pagrieziena leņķa pierakstu grādos un radiānos, sinusus, kosinusus, to skaitliskās vērtības aprēķināšanu un salīdzināšanu, izmantojot vienības riņķi, funkciju īpašības un grafikus; formulē un pamato spriedumus. (M.O.3.1.1.; M.O.3.1.2.; M.O.3.2.2.; M.O.3.2.3.; M.O.2.3.1.; M.O.4.4.6.) • Veido sinusu un kosinusu teorēmas pierādījumu patstāvīgi vai izmanto dotu pierādījuma plānu. (M.O.2.3.1.; M.O.6.1.1.; M.O.4.4.8.) • Skaidro, ilustrē ar piemēriem, kas ir salikta funkcija, lietojot jēdzienus ārējā funkcija, iekšējā funkcija; pēta, t. sk., izmantojot digitālos rīkus, raksturo funkciju $y = \sin(x + a)$, $y = a + \sin x$, $y = k \cdot \sin x$, $y = \sin kx$, $y = \cos(x + a)$, $y = a + \cos x$, $y = k \cdot \cos x$, $y = \cos kx$, īpašības un grafiku, salīdzinot ar funkciju $y = \sin x$, $y = \cos x$ īpašībām un grafiku. (M.O.2.1.2.; M.O.4.2.3.; M.O.4.2.4.; M.O.6.1.2.) • Izmantojot dotas lietotnes, pēta un matemātiski raksturo fizikālus lielumus, kas raksturo skaņu, mehāniskās svārstības u. tml., ja sakarību starp tiem raksturo funkcija $y = a \cdot \sin(bx + c)$ vai $y = a \cdot \cos(bx + c)$. (M.O.3.3.2.; M.O.4.2.6.) • Zīmē jaunas periodiskas funkcijas (piemēram, $y = \tan x$) grafiku, izmantojot digitālos rīkus, formulē secinājumus par funkcijas īpašībām. (M.O.4.2.7.)	• Jēdzienus, pieņemtos apzīmējumus un simbolus cenšas lietot precīzi, apzinoties, ka neprecizitātes var būt pamats aplamiem secinājumiem. • Noskaidro jauno/vispārināto jēdzienu saistību ar jau pazīstamiem ģeometrijas jēdzieniem, attīstot ieradumu iegūto informāciju saistīt ar jau zināmo, lai konstruētu jaunas zināšanas. • Ievērojot situāciju un mērķi, grafika attēlošanai pamatoti izvēlas lietot digitālos rīkus vai skicēt/zīmēt ar roku, attīstot ieradumu plānot un vadīt savu domāšanas procesu, meklēt dažādus risinājumus.
Jēdzieni: vienības riņķa līnija, pagrieziena leņķis, periods, radiāns, ierobežota funkcija, salikta funkcija, iekšējā funkcija, ārējā funkcija, pāra funkcija, nepāra funkcija.	

Temata apguves norise	Mācību materiāla autors/avots	Mācību materiāla nosaukums	Materiāls pieejams
Periodiski procesi	Skola2030	7. Trigonometrija I Sinusa un kosinusa funkcijas	https://mape.skola2030.lv/materials/otbwncKALBrgyoKfo5pvnP
	LU SIIC	5.1. Funkcijas īpašības (Interaktīvās apmācības disks skolēniem)	https://www.siic.lu.lv/mat/IT/M_10/default.aspx@tabid=17&id=557.html
		5. Trigonometriskās, logaritmiskās un eksponentfunkcijas (Atbalsta materiāli skolotājiem)	https://www.siic.lu.lv/datadir/matematika/registretieskolotaji/167.pdf
Pagrieziņa leņķa sinuss un kosinuss	Skola2030	7. Trigonometrija I Sinusa un kosinusa funkcijas	https://mape.skola2030.lv/materials/otbwncKALBrgyoKfo5pvnP
	Tavaklase.lv	Pagrieziņa leņķis. Vienības riņķis	https://www.tavaklase.lv/video/pagrieziņa-lenkis-vienības-rinkis/
		Grādi un radiāni	https://www.tavaklase.lv/video/gradi-un-radiani-2/
	LU SIIC	4. Leņķa jēdziens, trijstūri (Atbalsta materiāli skolotājiem)	https://www.siic.lu.lv/datadir/matematika/registretieskolotaji/168.pdf
		4. Leņķa jēdziens, trijstūri (Interaktīvais pašmācības disks skolēniem)	https://www.siic.lu.lv/mat/IT/M_10/default.aspx@tabid=17.html
Sinusu un kosinusu teorēma	Skola2030	7. Trigonometrija I Sinusa un kosinusa funkcijas	https://mape.skola2030.lv/materials/otbwncKALBrgyoKfo5pvnP
	LU SIIC	4. Leņķa jēdziens, trijstūri (Atbalsta materiāli skolotājiem)	https://www.siic.lu.lv/datadir/matematika/registretieskolotaji/168.pdf
		4. Leņķa jēdziens, trijstūri (Interaktīvais pašmācības disks skolēniem)	Interaktīvās apmācības disks - Matemātika 10. klasei (lu.lv)
	Tavaklase.lv	Sinusu un kosinusu teorēma	https://www.tavaklase.lv/video/sinusu-un-kosinusu-teorema-2/
Trigonometriskās funkcijas, to īpašības	Skola2030	7. Trigonometrija I Sinusa un kosinusa funkcijas	https://mape.skola2030.lv/materials/otbwncKALBrgyoKfo5pvnP
	Tavaklase.lv	Sinusa funkcijas grafiks	https://www.tavaklase.lv/video/vienības-rinkis-trigonometriskās-funkcijas-surdo-2/
		Vienības riņķis, trigonometriskās funkcijas (SURDO) (6. stunda)	https://www.tavaklase.lv/video/vienības-rinkis-trigonometriskās-funkcijas-surdo-2/
	LU SIIC	5. Trigonometriskās, logaritmiskās un eksponentfunkcijas (Atbalsta materiāli skolotājiem)	https://www.siic.lu.lv/datadir/matematika/registretieskolotaji/167.pdf
		5.1. Funkciju īpašības (Interaktīvās apmācības disks skolēniem)	https://www.siic.lu.lv/mat/IT/M_10/default.aspx@tabid=17&id=557.html

Izdevniecību atbalsts:

- <https://app.soma.lv/e-gramatas/book/matematika-ec71b580-2343-4a48-b3cf-cf3d9672e449>
- DZM atbalsta materiāli matemātikā 10.–12. klasei.
- *Algebra un analīzes elementi 9.-11. klasei. 1. daļa.* A. Kolmogorova redakcijā. Rīga: Zvaigzne ABC, 1979. 224 lpp.
- *Algebra un analīzes elementi 9.-11. klasei. 2. daļa.* A. Kolmogorova redakcijā. Rīga: Zvaigzne ABC, 1978. 278 lpp.
- Āboltiņa, B, Kriķis, D., Šteiners, K. *Matemātika 10. klasei.* Rīga: Zvaigzne ABC, 2011. 288 lpp.
- Āboltiņa, B, Kriķis, D., Šteiners, K. *Matemātika 11. klasei.* Rīga: Zvaigzne ABC, 2012. 336 lpp.
- Āboltiņa, B, Kriķis, D., Šteiners, K. *Matemātika 12. klasei.* Rīga: Zvaigzne ABC, 2013. 232 lpp.
- Caunīte, R., Liepiņa, K., Ziobrovskis, V. *Algebras vingrinājumu komplekts vidusskolai. 2. daļa.* Rīga: Zvaigzne ABC, 2001. 184 lpp.
- Klopskis, V., Skopecs, Z., Jagodovskis, M. *Ģeometrija 9.-11. klasei. 1. daļa.* Rīga: Zvaigzne ABC, 1979. 160 lpp.
- Klopskis, V., Skopecs, Z., Jagodovskis, M. *Ģeometrija 9.-11. klasei. 2. daļa.* Rīga: Zvaigzne ABC, 1979. 173 lpp.
- Kriķis, D., Šteiners, K. *Matemātiskās analīzes elementi vidusskolai, 1. daļa.* Rīga: Zvaigzne ABC, 2018. 192 lpp.
- Kriķis, D., Šteiners, K. *Matemātiskās analīzes elementi vidusskolai, 2. daļa.* Rīga: Zvaigzne ABC, 2018. 104 lpp.
- Kriķis, D., Šteiners, K., *Algebra 10.-12. klasei. 1. daļa. Pamatkursam un profilkursam.* Rīga: Zvaigzne ABC, 1998. 144 lpp.
- Kriķis, D., Šteiners, K., *Algebra 10.-12. klasei. 3. daļa. Pamatkursam un profilkursam.* Rīga: Zvaigzne ABC, 1999. 136 lpp.
- Kriķis, D., Šteiners, K., *Algebra 10.-12. klasei. 4. daļa. Pamatkursam un profilkursam.* Rīga: Zvaigzne ABC, 1999. 220 lpp.
- Kriķis, D., Šteiners, K., *Algebra 10.-12. klasei. 6. daļa.* Rīga: Zvaigzne ABC, 2001. 240 lpp.
- Kriķis, D., Zariņš, P., Ziobrovskis, V. *Diferencēti uzdevumi matemātikā. 1. daļa.* Rīga: Zvaigzne ABC, 1996. 392 lpp.
- Kriķis, D., Zariņš, P., Ziobrovskis, V. *Diferencēti uzdevumi matemātikā. 2. daļa.* Rīga: Zvaigzne ABC, 1996. 224 lpp.
- Pekarēvičs, Ē., Gustava, A., Strazdiņš, I. *Trigonometrija vidusskolām.* Rīga: Zvaigzne ABC, 1995. 197 lpp.
- Slokenberga, E., France, Inga, France, Ilze. *Matemātika 10. klasei.* Lievārde: Lielvārds, 2009. 279 lpp.
- Slokenberga, E., France, Inga, France, Ilze. *Matemātika 11. klasei.* Lievārde: Lielvārds, 2010. 320 lpp.
- Slokenberga, E., France, Inga, France, Ilze. *Matemātika 12. klasei.* Lievārde: Lielvārds, 2011. 255 lpp.
- Šteiners, K., *Algebra 10.-12. klasei. 5. daļa.* Rīga: Zvaigzne ABC, 2000. 180 lpp.
- Ziobrovskis, V., Caunīte, R. *Algebras vingrinājumu komplekts vidusskolai. 1. daļa.* Rīga: Zvaigzne ABC, 2000. 167 lpp.
- Ziobrovskis, V., Siliņa, B. *Algebra vidusskolai, 1. daļa.* Rīga: Zvaigzne ABC, 1999. 344 lpp.
- Ziobrovskis, V., Siliņa, B. *Algebra vidusskolai, 2. daļa.* Rīga: Zvaigzne ABC, 2001. 439 lpp.