

Ceļa karte skolotājam

Matemātika I

Trigonometrija I: 8. Trigonometriskās izteiksmes un vienādojumi

Ieteicamais laiks temata apguvei: 24 mācību stundas.

Temata apguves mērķis: padziļināt izpratni par matemātisku izteiksmju identiskiem pārveidojumiem, pilnveidot prasmes analizēt un formulēt matemātiskas sakarības, atrisināt vienādojumus.

Sasniedzamie rezultāti

Ziņas	Prasmes
- Sakarības $\sin(-x) = -\sin x$ un $\cos(-x) = \cos x$ var pamatot, izmantojot vienības riņķi vai funkciju un $y = \sin x$ un $y = \cos x$ grafiku īpašības. (M.Li.2.; M.Li.4.) - Ja divi leņķi atšķiras par $\frac{\pi}{2} \cdot n$ ($n \in \mathbb{Z}$), tad starp to sinusiem vai kosinusi ir sakarība, piemēram, $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\cos x$. Sakarības var pamatot dažādi (funkciju īpašības, vienības riņķis, argumentu summas formulas). (M.Li.2.; M.Li.4.) - Sinusa argumentu summas formulu $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$ var pierādīt, izmantojot plaknes figūru īpašības. Svarīgi ievērot, ka $\sin(\alpha + \beta) \neq \sin \alpha + \sin \beta$. Divkārša argumenta formulas iegūst no argumentu summas formulām. (M.Li.2.; M.Li.4.) - Veicot algebriskos pārveidojumus ar viena argumenta sinusiem (kosinusi), arguments nemainās, piemēram, $\sin 3x + 4 \sin 3x = 5 \sin 3x$. (M.Li.2.; M.Li.4.) - Vienkāršojot trigonometrisku izteiksmi, tiek izmantotas gan trigonometriskās sakarības (argumenti var mainīties), gan algebriskie pārveidojumi (argumenti nemainās). (M.Li.4.) - Funkcijas $y = \sin x$ īpašības vai grafiku izmanto, lai pamatotu, ka vienādojumam $\sin x = a$ var būt bezgalīgi daudz atrisinājumu; noteiktā intervālā trigonometriska vienādojuma atrisinājumu skaits ir galīgs un tos var noteikt, izmantojot atbilstošas funkcijas grafiku, funkcijas īpašības vai vienības riņķa līniju. (M.Li.1.; M.Li.2.; M.Li.4.) - Trigonometrisko vienādojumu risināšanā lieto arī vispārīgos vienādojumu risināšanas paņēmienus: substitūcija, sadalīšana reizinātajos, grafiskais paņēmiens. (M.Li.2.; M.Li.4.)	- Aprēķina trigonometriskās izteiksmes skaitlisko vērtību, nosakot pagrieziena leņķu sinusa un kosinusa vērtības, t. sk., izmantojot vienības riņķi un digitālos rīkus, lietojot sakarības starp vienādu un dažādu argumentu sinusiem un kosinusi (redukcijas formulas), sakarības $\sin(-x) = -\sin x$ un $\cos(-x) = \cos x$. - Aprēķina sinusa (kosinusa) skaitlisko vērtību, ja dota kosinusa (sinusa) skaitliskā vērtība, izmantojot vienības riņķi vai sakarību $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$. - Veic algebriskus pārveidojumus ar trigonometriskām izteiksmēm, kas satur vienādu un dažādu argumentu sinusus, kosinusus. - Lieto redukcijas formulas, sakarības $\cos(-x) = \cos x$ un $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, sinusa un kosinusa argumentu summas formulas, divkārša argumenta formulas, identiski pārveidojot izteiksmes, pierādot identitātes un risinot vienādojumus. - Nosaka trigonometriskā vienādojuma $\sin(ax + b) = c$, $\cos(ax + b) = c$ atrisinājumus noteiktā intervālā, lietojot grafiku vai vienības riņķi. - Lieto digitālos rīkus, lai noteiktu trigonometriskā vienādojuma atrisinājumu noteiktā intervālā. - Atrisina trigonometrisku vienādojumu, lietojot substitūciju. - Atrisina trigonometrisku vienādojumu, lietojot sadalīšanu reizinātajos.

Komplekss sasniedzamais rezultāts	Ieradumi
- Plāno un raksturo veicamās darbības, nosauc lietotās sakarības/formulas, paņēmienus un argumentē to izvēli, lai veiktu trigonometrisko izteiksmju pārveidojumus, atrisinātu trigonometriskos vienādojumus. (M.O.4.4.5.; M.O.4.5.4.; M.O.4.5.5.) - Izmanto zināšanas vai lieto pretpiemēru, lai atspēkotu aplamus pieņēmumus, piemēram, par sinusa vai kosinusa vērtību argumentu summai ($\sin(\alpha + \beta) \neq \sin\alpha + \sin\beta$) vai starpībai, divkāršam argumentam. (M.O.2.3.2.; M.O.4.4.8.) - Pamato sakarības starp vienādu un dažādu argumentu sinusiem un kosinusiem (redukcijas formulas), lietojot vienības riņķi un divkārša argumenta formulas, izmantojot argumenta summas formulas. (M.O.4.4.7.; M.O.2.3.1.) - Analītiski nosaka funkciju $y = a \cdot \sin(bx + c) + d$ un $y = a \cdot \cos(bx + c) + d$ īpašības (definīcijas kopa, vērtību kopa, funkcijas nulles, vienādas zīmes intervāli, lielākā/mazākā vērtība). (M.O.4.2.4.; M.O.4.2.5.)	- Jēdzienus, pieņemtos apzīmējumus un simbolus cenšas lietot precīzi, apzinoties, ka neprecizitātes var būt pamats aplamiem secinājumiem. - Saista trigonometriskā vienādojuma atrisināšanu ar zināšanām par algebriskiem vienādojumiem, attīstot ieradumu iegūto informāciju saistīt ar jau zināmo, lai konstruētu jaunas zināšanas.
Jēdzieni: trigonometriskā izteiksme, trigonometrisks vienādojums.	

Temata apguves norise	Mācību materiāla autors/autors	Mācību materiāla nosaukums	Materiāls pieejams
Viss temats	Skola2030	8. Trigonometrija I: Trigonometriskās izteiksmes un vienādojumi	https://mape.gov.lv/catalog/materials/007FCAFC-F198-4136-8187-0AB8DDF-7C8ED/view
Trigonometrisko sakarību formulēšana un pamatošana, izmantojot funkcijas īpašības, grafiku	LU SIIC	7. Trigonometriskie vienādojumi un nevienādības (Interaktīvais pašmācības disks skolēniem)	https://www.siic.lu.lv/mat/IT/M_11/default.aspx?tabid=17&id=600.html
	Tavaklase.lv	7. Trigonometriskie vienādojumi un nevienādības (Atbalsta materiāli skolotājiem)	https://www.siic.lu.lv/fileadmin/user_upload/lu_portal/projekti/siic/Atbalsta_materiāli/Matematika/Drukatie_materiāli_matematika_11.kl/mat_11_7.pdf
Trigonometriskās sakarības un to lietojums	Tavaklase.lv	Trigonometrisko sakarību formulēšana un pamatošana, izmantojot funkcijas īpašības, grafiku	https://www.tavaklase.lv/video/trigonometrisko-sakaribu-formulesana-un-pamatosana-izmantojot-funkcijas-ipasibas-grafiku/
	LU SIIC	7. Trigonometriskie vienādojumi un nevienādības (Atbalsta materiāli skolotājiem)	https://www.siic.lu.lv/fileadmin/user_upload/lu_portal/projekti/siic/Atbalsta_materiāli/Matematika/Drukatie_materiāli_matematika_11.kl/mat_11_7.pdf
	LU SIIC	7. Trigonometriskie vienādojumi un nevienādības (Interaktīvais pašmācības disks skolēniem)	https://www.siic.lu.lv/mat/IT/M_11/default.aspx?tabid=17&id=600.html
	Tavaklase.lv	Trigonometrisko izteiksmju pārveidojumi (SURDO) (7. stunda)	https://www.tavaklase.lv/video/trigonometrisko-izteiksmju-parveidojumi-surdo-2/

Temata apguves norise	Mācību materiāla autors/autors	Mācību materiāla nosaukums	Materiāls pieejams
Trigonometrisko vienādojumu atrisināšanas paņēmieni	Tavaklase.lv	Trigonometrija I: Trigonometrisko vienādojumu atrisināšanas paņēmieni	https://www.tavaklase.lv/video/trigonometrija-i-trigonometrisko-vienadoju-mu-atrisinasanas-panemieni/
	LU SIIC	7. Trigonometriskie vienādojumi un nevienādības (Atbalsta materiāli skolotājiem)	https://www.siic.lu.lv/fileadmin/user_upload/lu_portal/projekti/siic/Atbalsta_materiāli/Matematika/Drukatie_materiāli_matematika_11.kl/mat_11_7.pdf
	Tavaklase.lv	Trigonometriskie vienādojumi un nevienādības (8. stunda)	https://www.tavaklase.lv/video/trigonometriskie-vienadojumi-un-nevienadibas/
	LU SIIC	7. Trigonometriskie vienādojumi un nevienādības (Interaktīvais pašmācības disks skolēniem)	https://www.siic.lu.lv/mat/IT/M_11/default.aspx@tabid=17&id=600.html
Vispārīgo vienādojumu risināšanas paņēmieni lietojums	LU SIIC	Vienādojumu un nevienādības, to sistēmas (Atbalsta materiāli skolotājiem)	https://www.siic.lu.lv/fileadmin/user_upload/lu_portal/projekti/siic/Atbalsta_materiāli/Matematika/Drukatie_materiāli_matematika_12.kl/mat_12_6.pdf
		6.1. Vienādojumu un nevienādību atrisināšanas vispārējās metodes (Interaktīvais pašmācības disks skolēniem)	https://www.siic.lu.lv/mat/IT/M_12/default.aspx@tabid=17&id=610.html

Izdevniecību atbalsts

- DZM atbalsta materiāli matemātikā 10.–12. klasei. <https://app.soma.lv/e-gramatas/book/matematika-ec71b580-2343-4a48-b3cf-cf3d9672e449>
- Āboltiņa, B., Kriķis, D., Šteiners, K. *Matemātika 10. klasei*. Rīga: Zvaigzne ABC. 2011. 288 lpp.
- Āboltiņa, B., Kriķis, D., Šteiners, K. *Matemātika 11. klasei*. Rīga: Zvaigzne ABC. 2012. 336 lpp.
- Āboltiņa, B., Kriķis, D., Šteiners, K. *Matemātika 12. klasei*. Rīga: Zvaigzne ABC. 2013. 232 lpp.
- Algebra un analīzes elementi 9.–11. klasei. 1. daļa*. A. Kolmogorova redakcijā. Rīga: Zvaigzne ABC, 1979.
- Algebra un analīzes elementi 9.–11. klasei. 2. daļa*. A. Kolmogorova redakcijā. Rīga: Zvaigzne ABC, 1979. 276 lpp.
- Caunīte, R., Liepiņa, K., Ziobrovskis, V. *Algebras vingrinājumu komplekts vidusskolai. 2. daļa*. Rīga: Zvaigzne ABC, 2001. 184 lpp.
- Kriķis, D., Šteiners, K. *Matemātiskās analīzes elementi vidusskolai. 1. daļa*. Rīga: Zvaigzne ABC, 2018. 192 lpp.
- Kriķis, D., Šteiners, K. *Matemātiskās analīzes elementi vidusskolai. 2. daļa*. Rīga: Zvaigzne ABC, 2018. 104 lpp.
- Kriķis, D., Šteiners, K. *Algebra 10.–12. klasei. 1. daļa. Pamatkursam un profilkursam*. Rīga: Zvaigzne ABC. 1998. 144 lpp.
- Kriķis, D., Šteiners, K. *Algebra 10.–12. klasei. 3. daļa. Pamatkursam un profilkursam*. Rīga: Zvaigzne ABC. 1999. 136 lpp.
- Kriķis, D., Šteiners, K. *Algebra 10.–12. klasei. 4. daļa. Pamatkursam un profilkursam*. Rīga: Zvaigzne ABC. 1999. 220 lpp.
- Kriķis, D., Šteiners, K. *Algebra 10.–12. klasei. 6. daļa*. Rīga: Zvaigzne ABC. 2001. 240 lpp.
- Kriķis, D., Zariņš, P., Ziobrovskis, V. *Diferencēti uzdevumi matemātikā. 1. daļa*. Rīga: Zvaigzne ABC. 1996. 392 lpp.
- Pekarēvičs, Ē., Gustava, A., Strazdiņš, I. *Algebra vidusskolām. 3. daļa*. Rīga: Mācību grāmata, 2000.
- Pekarēvičs, Ē., Gustava, A., Strazdiņš, I. *Trigonometrija vidusskolām*. Rīga: Zvaigzne ABC, 1995. 197 lpp.
- Slokenberga, E., France, Inga, France, Ilze. *Matemātika 10. klasei*. Lielvārds. 2009. 279 lpp.
- Slokenberga, E., France, Inga, France, Ilze. *Matemātika 11. klasei*. Lielvārds. 2010. 320 lpp.
- Slokenberga, E., France, Inga, France, Ilze. *Matemātika 12. klasei*. Lielvārds. 2011. 255 lpp.
- Šteiners, K. *Algebra 10.–12. klasei. 5. daļa*. Rīga: Zvaigzne ABC. 2000. 180 lpp.
- Ziobrovskis, V., Siliņa, B. *Algebra vidusskolai. 1. daļa*. Rīga: Zvaigzne ABC, 1999. 344 lpp.
- Ziobrovskis, V., Caunīte, R. *Algebras vingrinājumu komplekts vidusskolai. 1. daļa*. Rīga: Zvaigzne ABC, 2001. 168 lpp.
- Ziobrovskis, V., Siliņa, B. *Algebra vidusskolai. 2. daļa*. Rīga: Zvaigzne ABC, 1999. 439 lpp.